壁・室の熱応答の離散フーリエ変換による計算法

正会員　吉田治典*
正会員　寺井俊夫**
正会員　松下敬幸*

1．序

多層壁の吸熱に対する重み関数，ステップ．ランプ応答，貫流に対する重み関数，および室の暖房の重み関係を像空間からの逆変換公式を直接数値積分して求める手法を考察し，計算例を示した。

多層壁の熱応答・暖房の重み関数を求める問題に関してはすでに多くの研究がなされており[(1)(2)(3)(4)]，非定常の応答を求めるのに，多くの解法は応答を指数関数の級数として定めている。本報では，応答を表すラプラス逆変換を離散フーリエ逆変換に帰し，数値的に応答を求めた。特に吸熱の重み関数では特異部分，室の暖房の重み関数では急変部分を解析的に分離して計算する方法を示した。

2．計算方法

2．1　熱応答（重み関数）の表現

多層壁の熱応答は，(3)式の4端子行列を用いると，吸熱・貫流の重み関数が下式で与えられる。

$$\text{吸熱応答}\quad \varphi(t)=L^{-1}\{-A/B\} \tag{1}$$

$$\text{貫流応答}\quad \varphi(t)=L^{-1}\{1/B\} \tag{2}$$

ここに

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix}\times\begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{vmatrix}\times\cdots\begin{vmatrix} A_m & B_m \\ C_m & D_m \end{vmatrix} \tag{3}$$

第 k 層に対し

$A_k=\cosh(l_k\sqrt{s}/\sqrt{a_k})$

$B_k=(\sqrt{a_k s}\cdot\lambda_k\sqrt{s})\cdot\sinh(l_k/\sqrt{a_k s})$

$C_k=\lambda_k/\sqrt{a_k s}\cdot\sinh(l_k\sqrt{s}/\sqrt{a_k})$

$D_k=A_k$

ただし

l_k：第 k 層の厚さ　〔m〕

a_k：第 k 層の温度伝導率　〔m²/h〕

λ_k：第 k 層の熱伝導率　〔kcal/m･h･k〕

(注)　1.　空気層に対しては　A＝D＝0，B＝熱抵抗，C＝1.0

2.　L^{-1} { } はプラス逆変換を示す。{ } 内は伝達関数

また，室の暖房の重み関数 $\varphi_r(t)$ は下式で与えられる。

$$\varphi_r(t)=L^{-1}\left\{\frac{1}{Qs+\sum F_{ow}\Phi^{ow}(s)+\sum F_{in}\cdot\Phi^{in}(s)+\rho Cp\cdot V+\sum Fg\,Kg}\right\} \tag{4}$$

ここに

Q：室の空気及び家具・備品の熱容量　〔kcal/k〕

V：室の換気量　〔m³/h〕

ρCp：空気の容種比熱　〔kcal/m³･k〕

F：壁の表面積　in－内壁，ow－外壁　〔m²〕

$\Phi(s)$：壁の吸熱の伝達関数　〔kcal/m³･k〕

Fg：ガラスの面積　〔m²〕

Kg：ガラスの熱貫流率　〔kcal/m²･h･k〕

2．2　伝達関数の逆変換

一般に伝達関数を $\Phi(S)$ とすれば，重み関数 $\varphi(t)$ は逆変換公式

$$\varphi(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}\Phi(s)\cdot e^{st}\,ds \tag{5}$$

で表される。これは複素平面での γ を通る虚軸上の線積分であり，Bromwitch 積分と呼ばれる。一般にこの線積分を行うのは複雑なので[(9)]積分路を変更し，留数の定理を用いて積分を求めるのが通常の方法である。

多層壁の重み関数を求めるのにもこの留数の定理を用い，数値的に $\Phi(S)$ の分母の根を見いだして $\Phi(S)$ を有理関数化し，$\varphi(t)$ を指数関数の級数として表すためのアルゴリズムが示されている[(3)(6)]。またそれにもとづく計算プログラムも開発されている[(7)(8)]。一方，こうして求めた $\varphi(t)$ は項数を増さなければ精度のよい解が得られないという欠点があるため，項数を少なくして必要な精度を得るための研究も行なわれている[(3)(6)]。

本報では上記の方法とは異なり，$s=\gamma+i2\pi f$ を(5)式に代入し，次式のように $\varphi(t)$ をフーリエ逆変換で表現して直接積分を求める手法をとる。

$$\varphi(t)=\frac{1}{2\pi i}\int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty}\Phi(\gamma+i2\pi f)\cdot e^{(\gamma+i2\pi f)t}\,d(\gamma+i2\pi f)$$

$$=e^{\gamma t}\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi(\gamma+i2\pi f)\cdot e^{i2\pi ft}\,df \tag{6}$$

(6)式は $\varphi(t)$ が $\Phi(\gamma+i2\pi f)$ の逆フーリエ変換と $e^{\gamma t}$ の積で表されていることを示している。f は周波数を示す。

さて，t は本来 $0\leq t<\infty$ の範囲を考えるべきであるが，t が十分大（T）ならば $\varphi(t)\fallingdotseq 0$ であるという物理的考察から $0\leq t<T$ の範囲を考えれば十分である。すなわち，$\varphi(t)$ を T を周期とする周期関数 $\tilde{\varphi}(t)$ で近似する。これは像空間において $\Phi(\gamma+i2\pi f)$ を $\Delta f=1/T$ で離散化したことに対応し，次式が得られる。

$$\varphi(t)\fallingdotseq\tilde{\varphi}(t)=e^{\gamma t}\cdot\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\Phi(\gamma+i2\pi n/T)\cdot e^{i2\pi nt/T} \tag{7}$$

次に，周波数帯域を $-N/T\sim N/T$ に制限する，つまり(7)式の級数を有限項2Nで打切る。これは時間領域で